



Шифр

--	--	--	--

25 ноября 2015 года

Тексты заданий для муниципального этапа олимпиады
по МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
2015/2016 УЧЕБНОГО ГОДА

Комплект заданий для учеников 10 классов

Номер задания	Баллы
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Общий балл	

Уважаемый участник Олимпиады!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

Максимальная оценка — 42 балла.

Время на выполнение заданий — 4 часа.

Желаем вам успеха!

10.1. Положительные числа a, b, c таковы, что точка $A(1; 2)$ расположена ниже графика параболы $y = ax^2 + bx + c$. Можно ли однозначно установить, как эта точка расположена (выше, ниже или на) по отношению к графику параболы $y = cx^2 + bx + a$? Ответ обосновать.

10.2. В параллелограмме $ABCD$ известны угол $\angle A = \alpha$ и диагональ $BD = d$. Пусть M и N — основания высот, опущенных из вершины B на прямые CD и AD соответственно. Найдите MN .

10.3. На доске написано несколько различных действительных чисел. Известно, что сумма любых трех из них рациональна, а сумма любых двух из них — иррациональна. Какое наибольшее количество чисел может быть написано на доске? Ответ обосновать.

10.4. Точку плоскости с координатами $(x; y)$ разрешено соединить отрезком с точкой, имеющими координаты $(x + 3y; y)$ или с точкой, имеющей координаты $(x; y - 2x)$. Можно ли при таких условиях соединить ломаной точки $A(19; 47)$ и $B(12; 17)$? Ответ обосновать.

10.5. Пусть a, b, c и d — натуральные числа и $\frac{ad-1}{a+1} + \frac{bd-1}{b+1} + \frac{cd-1}{c+1} = d$. Найдите все значения, которые может принимать число d .

10.6. На заводе работают ровно 217 женщин, среди которых 17 брюнеток, а остальные 200 — блондинки. Перед Новым Годом все они покрасили свои волосы, и каждая из этих женщин написала в «Контакте» фамилии ровно 200 женщин завода, по её мнению, точно являющихся блондинками. При этом каждая из брюнеток указала верно всех блондинок, а каждая блондинка могла указать на кого угодно, кроме себя. Докажите, что на основании этих данных можно выявить по крайней мере 13 блондинок.